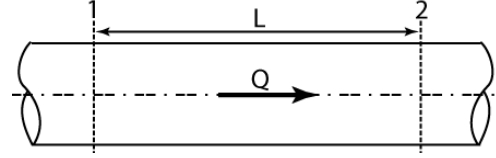


Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 1. Yatay eksenli bir boru içerisinden yağ akmaktadır. Yağın kinematik viskozitesi $\nu = 0.00035 \text{ m}^2/\text{s}$, özgül ağırlığı $\gamma_{\text{yağ}} = 9.32 \text{ kN/m}^3$ olup borunun iki kesiti arası 3 m 'dir. Boru çapı 0.3 m ve borudan geçen akışkanın debisi $Q = 0.004 \text{ m}^3/\text{s}$ olması durumunda akımın rejimini ve $p_1 - p_2$ basınç düşmesini hesaplayınız.



Cözüm:

$$\nu_{\text{yağ}} = 0.00035 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\gamma_{\text{yağ}} = 9.32 \text{ kN/m}^3$$

$$L = 3 \text{ m}$$

$$D = 0.3 \text{ m}$$

$$Q = 0.004 \text{ m}^3/\text{s}$$

Akımın rejimi :

$$N_{\text{Re}} = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{Q}{\frac{\pi 0.3^2}{4}} = 0.057 \text{ m/s}$$

$$N_{\text{Re}} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{0.057 \times 0.3}{0.00035} = 48.9 < 2000 \text{ akım laminar}$$

Enerji denklemi :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum h_k \quad V_1 = V_2 \quad ; \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \sum h_k = J \cdot L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$N_{\text{Re}} < 2000 \text{ akım laminar} \quad \rightarrow \quad f = \frac{64}{N_{\text{Re}}} = \frac{64}{48.9} = 1.31$$

$$\sum h_k = 1.31 \frac{3}{0.3} \frac{0.057^2}{19.62} = 0.00217 \text{ m}$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \gamma \cdot \sum h_k = 9.32 \times 0.00217 = 0.0202 \text{ kPa}$$

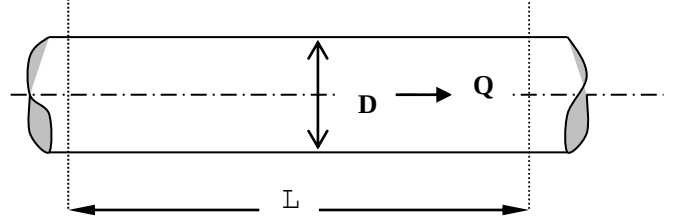
$$\text{Hagen Poiseuille Denklemi : } p_1 - p_2 = \frac{32\mu V L}{D^2} \quad (\text{Yatay ,sabit çaplı boruların laminar akımlarında})$$

$$\Delta x = L$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{32\mu V L}{D^2} = \frac{32 \times 0.00035 \times \frac{9.32}{9.81} \times 0.057 \times 3}{0.3^2} = 0.0202 \text{ kPa}$$

Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 2. Yatay eksenli bir boru içerisinden su akmaktadır. Boru çapı $D=15$ cm ve suyun kinematik viskozitesi $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ 'dir. Borunun 350 m aralıklı iki kesiti arasındaki basınç farkı 200 kPa ve Darcy-Weisbach katsayısının $f = 0.02$ olması durumuna göre borunun debisini ve akımın rejimini belirleyiniz.



Cözüm:

$$D = 0.15 \text{ m}$$

$$\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$L = 350 \text{ m}$$

$$p_1 - p_2 = 200 \text{ kPa}$$

$$f = 0.02$$

$$Q = ?$$

$$N_{Re} = ?$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 200 \text{ kPa} = 200 \text{ kN/m}^2 = 200000 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum h_k \quad V_1 = V_2 \quad ; \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \sum h_k = J.L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p}{\gamma} D \cdot 2g}{f \cdot L}} = \sqrt{\frac{\frac{200000}{9810} \times 0.15 \times 19.62}{0.02 \times 350}} = 2.95 \text{ m/s}$$

$$Q = V \cdot A = 2.95 \pi \frac{0.15^2}{4} = 0.052 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{2.95 \times 0.15}{1 \times 10^{-6}} = 442500 > 2000 \text{ Türbülanslı akım}$$

Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 3. $D=0.25$ m , $\mu=1 \times 10^{-3}$ N. s/m² , $\rho = 1$ g/cm³ , $k=3 \cdot 10^{-4}$ m olan bir borudaki basınçlı akımda akımın ortalama hızının sırayla;

- a) $V = 0.015$ m/s
- b) $V = 0.15$ m/s
- c) $V = 1.5$ m/s
- d) $V = 15$ m/s

olması halinde, borunun hidrolik bakımdan davranışını belirleyiniz.

Çözüm :

a) **$V=0.015$ m/s**

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{1000} = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{0.015 \times 0.25}{1 \times 10^{-6}} = 3750 > 2000 \quad \text{“ türbülanslı akım “}$$

Moody bağıntısı :

$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/3} \right] = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{3 \times 10^{-4}}{0.25} + \frac{10^6}{3750} \right)^{1/3} \right] = 0.042$$

$$\frac{u_* \cdot k}{\nu} = ?$$

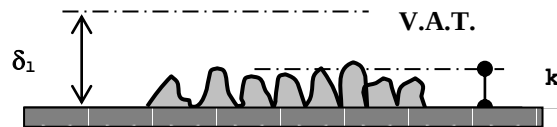
$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} ; \quad \tau_o = \gamma \cdot R \cdot J \quad ; \quad J = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0.042}{0.25} \frac{0.015^2}{19.62} = 1.926 \times 10^{-6}$$

$$\tau_o = \gamma \cdot R \cdot J = \tau_o = \gamma \cdot \frac{D}{4} \cdot J = 9810 \cdot (0.25 / 4) \cdot 1.926 \times 10^{-6} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ N/m}^2$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{1.2 \times 10^{-3}}{1000}} = 1.095 \times 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\frac{u_* \cdot k}{\nu} = \frac{1.095 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-4}}{10^{-6}} = 0.33 < 11.6 \quad \text{“ Hidrolik cilalı türbülanslı akım ”}$$

$$\delta = 11.6 \frac{\nu}{u_*} = 11.6 \frac{10^{-6}}{1.095 \times 10^{-3}} = 0.011 \text{ m} = 11 \text{ cm} > 3 \times 10^{-4} \text{ m}$$



Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

b) V=0.15 m/s

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{0.15 \times 0.25}{1 \times 10^{-6}} = 37500 > 2000 \quad \text{“ türbülanslı akım “}$$

Moody bağıntısı :

$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/3} \right] = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{3 \times 10^{-4}}{0.25} + \frac{10^6}{37500} \right)^{1/3} \right] = 0.026$$

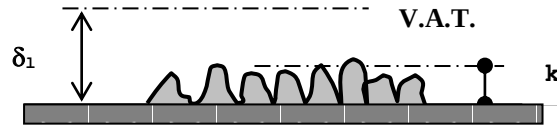
$$J = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0.026}{0.25} \frac{0.15^2}{19.62} = 0.00012$$

$$\tau_o = \gamma \cdot R \cdot J = \tau_o = \gamma \cdot \frac{D}{4} \cdot J = 9810 \cdot (0.25 / 4) \cdot 0.00012 = 0.0736 \text{ N/m}^2$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.0736}{1000}} = 0.0086$$

$$\frac{u_* \cdot k}{\nu} = \frac{0.0086 \times 3 \times 10^{-4}}{10^{-6}} = 2.58 < 11.6 \quad \text{“ Hidrolik cilalı türbülanslı akım ”}$$

$$\delta = 11.6 \frac{\nu}{u_*} = 11.6 \frac{10^{-6}}{0.0086} = 0.013 \text{ m} = 13 \text{ mm} > 0.3 \text{ mm}$$



c) V=1.5 m/s

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{1.5 \times 0.25}{1 \times 10^{-6}} = 375000 > 2000 \quad \text{“ türbülanslı akım “}$$

Moody bağıntısı :

$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/3} \right] = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{3 \times 10^{-4}}{0.25} + \frac{10^6}{375000} \right)^{1/3} \right] = 0.022$$

$$J = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0.022}{0.25} \frac{1.5^2}{19.62} = 0.0067$$

$$\tau_o = \gamma \cdot R \cdot J = \tau_o = \gamma \cdot \frac{D}{4} \cdot J = 9810 \cdot (0.25 / 4) \cdot 0.0067 = 4.11 \text{ N/m}^2$$

Boru İçerisindeki Basıncı Akımlar

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{4.11}{1000}} = 0.064 \text{ m/s}$$

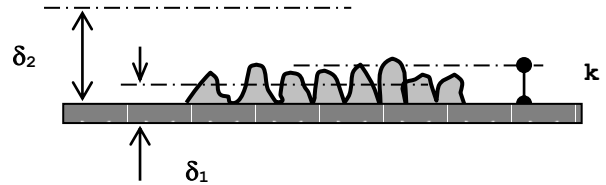
$$\frac{u_* \cdot k}{\nu} = \frac{0.064 \times 3 \times 10^{-4}}{10^{-6}} = 19.20 > 11.6$$

< 70

“Geçiş hali türbülanslı akım”

$$\delta_1 = 11.6 \frac{\nu}{u_*} = 11.6 \frac{10^{-6}}{0.064} = 0.18 \text{ mm} < 0.3 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = 70 \frac{\nu}{u_*} = 70 \frac{10^{-6}}{0.064} = 1.1 \text{ mm} > 0.3 \text{ mm}$$



d) V=15 m/s

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{15 \times 0.25}{1 \times 10^{-6}} = 3750000 > 2000 \quad \text{“türbülanslı akım”}$$

Moody bağıntısı :

$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/3} \right] = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{3 \times 10^{-4}}{0.25} + \frac{10^6}{3750000} \right)^{1/3} \right] = 0.021$$

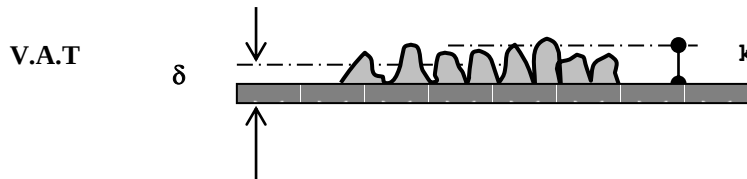
$$J = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0.021}{0.25} \frac{15^2}{19.62} = 0.9633$$

$$\tau_o = \gamma \cdot R \cdot J = \tau_o = \gamma \cdot \frac{D}{4} \cdot J = 9810 \cdot (0.25 / 4) \cdot 0.9633 = 590.62 \text{ N/m}^2$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{590.62}{1000}} = 0.769 \text{ m/s}$$

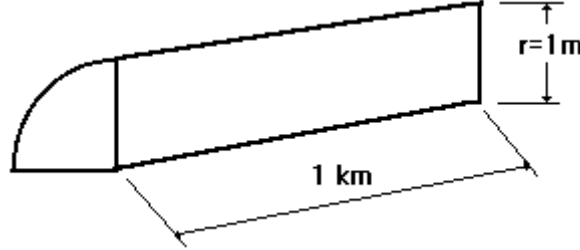
$$\frac{u_* \cdot k}{\nu} = \frac{0.769 \times 3 \times 10^{-4}}{10^{-6}} = 230.7 > 70 \quad \text{“Tam pürüzlü türbülanslı akım”}$$

$$\delta = 70 \frac{\nu}{u_*} = 70 \frac{10^{-6}}{0.769} = 0.09 \text{ mm} > 0.3 \text{ mm}$$



Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 4. Şekildeki 1/4 silindir şeklindeki yatay eksenli basınçlı hava tüneline; $V=5.0 \text{ m/s}$, $k=0.5 \text{ mm}$ 'dir. Hava için $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 1.18 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ olduğuna göre, bu tünelin 1 km ' lik kısmı için basınç düşmesini hesaplayınız.



Cözüm :

$$P_1 - P_2 = ?$$

$$R_H = \frac{A}{U} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi D}{4} + D} = \frac{\frac{\pi 2^2}{4}}{\frac{\pi 2}{4} + 2} = 0.22$$

Enerji denklemi :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum h_k \quad V_1 = V_2 \quad ; \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \sum h_k = J.L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$N_{Re} = \frac{V.D}{\nu} = \frac{V.4R_H}{\nu} = \frac{5 \times 4 \times 0.22}{1.5 \times 10^{-5}} = 293333 > 2000 \quad \text{“turbülanslı akım”}$$

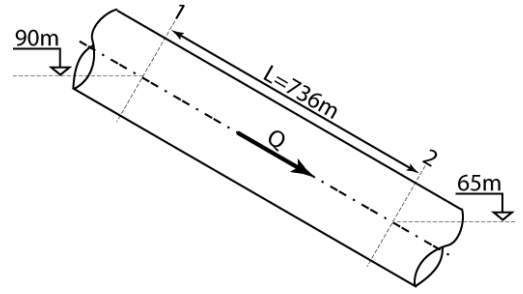
$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{4R_H} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/3} \right] = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{0.5 \times 10^{-3}}{4 \times 0.22} + \frac{10^6}{293333} \right)^{1/3} \right] = 0.0190$$

$$\sum h_k = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.019 \frac{1000}{4 \times 0.22} \frac{5^2}{19.62} = 27.50 \text{ m} = \frac{\Delta p}{\gamma}$$

$$\Delta p = 27.50 \times 1.18 \times 9.81 = 318.33 \text{ Pa}$$

Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 5. Şekildeki sabit çaplı borunun 2 numaralı kesitinden atmosfere su verilmektedir. 1 noktasındaki rölatif basınç $p=200$ kPa ve $f = 0.04$ ise, Q debisinin $0.76 \text{ m}^3/\text{s}$ olması için boru çapı ne olmalıdır?



Çözüm :

$$p_1 = 200 \text{ kPa} = 2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Sigma h_k$$

$$\frac{200000}{9810} + 90 = 65 + \Sigma h_k$$

$D_1 = D_2$ ve $V_1 = V_2$; (2) kesitinde atmosfere açılıyor . $p_2 = 0$

$$\Sigma h_k = 45.39 \text{ m}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$h_k = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{\left(\frac{16Q^2}{\pi^2 D^4} \right)}{2g} = \frac{8fQ^2 L}{\pi^2 D^5 g}$$

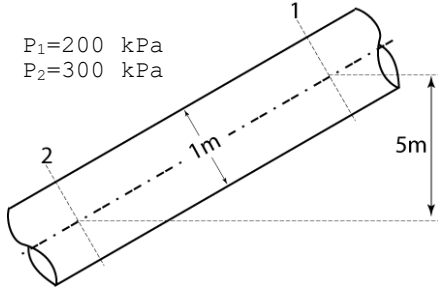
$$D = \left(\frac{8fQ^2 L}{\pi^2 g h_k} \right)^{1/5} = 0.5 \text{ m}$$

Boru İçerisindeki Basıncılı Akımlar

Soru 6. Şekilde gösterilen verilerin doğrultusunda, boru boyunca bir akım meydana gelmektedir.

- Akımın yönünü bulunuz.
- (2) kesitinde enerji yüksekliği 34 m iken akımın debisini ve enerji kaybını bulunuz.
- Akımın rejimini belirleyiniz.

$$v=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad \gamma = 8.83 \text{ kN/m}^3$$



Cözüm :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad H_1 &= \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V^2}{2g} + \frac{200}{8.83} + 5 = 27.65 + \frac{V^2}{2g} \\ H_2 &= \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{V^2}{2g} + \frac{300}{8.83} + 0 = 33.98 + \frac{V^2}{2g} \end{aligned} \quad D=\text{sabit} : V_1=V_2$$

$H_2 > H_1$ akımın yönü 2 kesitinden 1 kesitine doğru

b) $H_2 = 34 \text{ m}$ için

$$H_2 = \frac{V^2}{2g} + 33.98 = 35 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \frac{V^2}{2g} = 1.02 \text{ m} \quad \rightarrow \quad V = 4.47 \text{ m/s}$$

$$Q = V \cdot A = 4.47 \times (\pi / 4) \times 1^2 = 3.51 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$h_k = 33.98 - 27.65 = H_B - H_A = 6.33 \text{ m}$$

c)

$$N_{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{4.47 \times 1}{10^{-6}} = 4470000 > 2000 \quad \text{Akım türbülanslı}$$