Model Benzeşimi

1. **Soru** : 0.61 m, genişlikli bir kanala 1/25 ölçekli bir dolu savak modeli yapılmıştır. Dolu savak prototip yüksekliği 11.4 m ve tahmin edilen maksimum savak yükü 1.52 m. dir.

- Dolusavağın modeldeki yüksekliği ve savak yükü ne olur ?
- Modelde savak yükü 61 mm iken savaktan geçen debi 0.02 m^3/s ise, dolusavağın prototipteki birim genişliğinden geçen debi ne olur ?
- Modelde 26 mm. lik bir hidrolik sıçrama gözlenmiştir. Bunun prototipteki karşılığını bulunuz.
- Modeldeki hidrolik sıçrama ile kırılan güç 112 W ise , bunun prototip eşdeğer nedir ?

Çözüm:
Model serbest yüzeyli akım sözkonusu olduğu için Froude modeli olarak kurulmuş olmalıdır.

$L_r = 1 / 25$

modeldeki dolusavak yüksekliği : $H_m = L_r \, . \, H_p = (1/25).11.4 = 0.456$ m

savak yükü : $h_m = L_r \, . \, h_p = (1/25).1.52 = 0.061$ m

Froude modelinde :

$\mathbf{V_r = \sqrt{L_r}}$ " hız ölçeği "

$\mathbf{T_r = \sqrt{L_r}}$ " zaman ölçeği "

$\mathbf{Q_r = L_r^{5/2}}$ " debi ölçeği "

Prototip debisi :
$Q_p = Q_m / Q_r = 0.02 / (L_r)^{5/2} = (25)^{5/2} \, . \, 0.02 = 62.50$ m^3/s

Prototip kret genişliği :
$B_p = B_m / L_r = 0.61 / (1/25) = 15.25$ m

Prototip birim genişlik debisi :
$q_p = Q_p / B_p = (62.50 / 15.25) = 4.1$ $m^3/s.m$

Prototipteki hidrolik sıçrama yüksekliği :
$\Delta H_p = \Delta H_m / L_r = 0.026 / (1 / 25) = 0.65$ m

Prototipte hidrolik sıçrama sırasında kırılan enerji :

$$\mathbf{W_r = \frac{F_r L_r}{T_r} = \frac{m_r g_r L_r}{Tr} = \frac{\rho_r L_r^3 g_r L_r}{\sqrt{L_r}}}$$

ρ_r ve $g_r = 1 \rightarrow$ $\quad \mathbf{W_r = \frac{L_r^4}{\sqrt{L_r}} = L_r^{7/2}}$

$\mathbf{W_r = W_m / W_p \rightarrow}$ $\quad \mathbf{W_p = W_m / W_r} = 112 / (1 / 25)^{7/2} = 8750000$ Watt $= 8.75$ Mwatt

2. **Soru** : Bir dalga kıran modelinde herbiri **1 kg_f** ağırlığında beton bloklar kullanılacaktır. Bu model dalga yüksekliği **0.30** m. 'yi aşmadıkça iyi sonuç vermiştir. Prototipte, modeldekinin geometrik ve hidrodinamik benzeri olan bir dalga için dalga yüksekliği **6** m. iken, beton blokların ağırlığı ne olmalıdır ?

Çözüm :

$G_m = 1\ kg_f$;
$H_m = 0.30$ m
$H_p = 6.0$ m

Serbest yüzeyli akım sözkonusu olması nedeniyle ağırlık kuvvetleri etkin Froude benzeşimi kullanılır.

$$\frac{V_r^2}{g_r L_r} = 1$$

$V_r = \sqrt{L_r}$ " hız ölçeği "

$T_r = \sqrt{L_r}$ " zaman ölçeği "

$$L_r = \frac{L_m}{L_p} = \frac{0.3}{6} = \frac{1}{20}$$

$G_r = \forall_r \,.\, \gamma_r = L_r^3 . F_r . L_r^{-3} = F_r = M_r . L_r . T_r^{-2}$
$G_r = (\rho_r \,.\, L_r^3).L_r.(L_r^{1/2})^{-2} = \rho_r \,.\, L_r^3$

Model ve prototipte aynı akışkan kullanılırsa , $\rho_r = 1$

$G_r = G_m / G_p \ \rightarrow \quad G_p = G_m / G_r = 1 / (1/ 8000) = 8000\ kg_f = 8$ ton

3. **Soru** : 2.0 m/s hızla tatlı suda hareket ettirilen 3.0 m uzunluğunda bir gemi modelinin ölçülen mukavemeti 4.40 kg_f bulunmuştur. Buna göre ;
a) 45 m. uzunluğundaki prototipte hız ne olacaktır ?
b) Prototipi tuzlu suda bu hızla hareket ettirmek için uygulanması gerekli kuvvetin değerini bulunuz.
Not : $\rho_{su} = 102\ kg_f.s^2/m^4$, $\rho_{deniz} = 105\ kg_f.s^2/m^4$

Çözüm :

Serbest yüzeyli akım sözkonusu olması nedeniyle ağırlık kuvvetleri etkin Froude benzeşimi kullanılır.

$V_m = 2$ m/s
$L_m = 3$ m
$F_m = 4.4$ kgf

a) $L_p = 45$ m , $V_p = ?$

$$\boxed{\frac{\mathbf{V_r^2}}{\mathbf{g_r L_r}} = 1}$$

$\mathbf{V_r} = \sqrt{\mathbf{L_r}}$ " hız ölçeği "

$\mathbf{T_r} = \sqrt{\mathbf{L_r}}$ " zaman ölçeği "

$$\mathbf{L_r} = \frac{\mathbf{L_m}}{\mathbf{L_p}} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

$V_r = (L_r)^{1/2} = (1/ 15)^{1/2} = 0.2582$
$V_r = V_m / V_p \rightarrow V_p = V_m / V_r = 2 / 0.2582 = 7.75$ m/s

b)
$F_r = M_r . L_r . T_r^{-2}$
$F_r = (\rho_r . L_r^3).(L_r).(L_r^{1/2})^{-2} = \rho_r . L_r^3$

$$\mathbf{F_r} = \frac{\boldsymbol{\rho_m}}{\boldsymbol{\rho_p}}\left(\frac{1}{15}\right)^3 = \frac{102}{105}\left(\frac{1}{15}\right)^3 = 2.88 \text{ x } 10^{-4}$$

$F_r = F_m / F_p \rightarrow F_p = F_m / F_r = 4.4 /(2.88 \text{ x } 10^{-4}) = 15286.76 \text{ kg}_f = 15.29$ ton

4. **Soru** : Prototip debisi $Q = 150$ m^3/s olan bağlamadan suyun savaklanması incelenecektir.
a) 1/20 ölçekli modelde debi ne olmalıdır ?
b) Aynı modelde 3 m/s olarak ölçülen hıza prototipte hangi hız karşılık gelmektedir ?

Çözüm :

Serbest yüzeyli akım sözkonusu olması nedeniyle ağırlık kuvvetleri etkin Froude benzeşimi kullanılır.

a) $Q=150$ m^3/s , $L_r = 1 / 20$

$$\boxed{\frac{\mathbf{V_r^2}}{\mathbf{g_r L_r}} = 1}$$

$\mathbf{V_r} = \sqrt{\mathbf{L_r}}$ " hız ölçeği "

$\mathbf{T_r} = \sqrt{\mathbf{L_r}}$ " zaman ölçeği "

$$\mathbf{Q_r} = \frac{\mathbf{L_r^3}}{\mathbf{T_r}} = \frac{\mathbf{L_r^3}}{\sqrt{\mathbf{L_r}}} = \mathbf{L_r^{5/2}}$$ " debi ölçeği "

$$\frac{\mathbf{Q_m}}{\mathbf{Q_p}} = \mathbf{L_r^{5/2}} \rightarrow Q_m = Qp . L_r^{5/2} = (150) (1/20)^{5/2} = 0.08385 \text{ m}^3/\text{s} = 83.85 \text{ lt/s}$$

b)

$V_r = L_r^{1/2} = V_m / V_p$

$V_p = V_m / L_r^{1/2} = 3 / (1/20)^{1/2} = 13.416$ m /s

5. **Soru** : Basınçlı bir boru akımında borudan geçirilen debi Q=10 lt/s, borunun iç çapı D_p=100 mm, boru boyu 100 m dir. Borudaki akışkan viskoz bir akışkan olup bunun 1/4 ölçeğinde bir modeli yapılacaktır. Hidrodinamik benzeşim için:

a. Modelin debisi ne olmalıdır?
b. Modeldeki akımın hızı ne olmalıdır?
c. Modeldeki ve prototipteki akımların rejimlerini belirleyiniz.
($\nu=2.5x10^{-4}$ m^2/s)

Basınçlı akım Reynolds benzeşimi kullanılacaktır.

$\boxed{\frac{V_r L_r}{\nu_r} = 1}$, $\nu r = 1$ ise $Vr.Lr = 1 \rightarrow$ $V_r = \frac{1}{L_r}$ " Hız ölçeği "

$V_r = \frac{L_r}{T_r} \rightarrow T_r = \frac{L_r}{V_r} = \frac{L_r}{\frac{1}{L_r}} \rightarrow T_r = L_r^2$ " Zaman ölçeği "

a)

$Q_r = \frac{L_r^3}{T_r} = \frac{L_r^3}{L_r^2} = L_r$ " debi ölçeği "

$Qm = Qp . Lr = 10 x (1 / 4) = 2.5$ lt/s

b) $V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{1}{L_r}$

$Q_p = V_p . A_p \rightarrow Vp = Qp / Ap = \frac{0.010}{\frac{\pi 0.10^2}{4}} = 1.273$ m/s

$V_m = 1.273 / (1 / 4) = 5.09$ m/s

c)

$(N_{Re})_p = \frac{V_p D_p}{\nu_p} = (1.273 \times 0.10) / (2.5 \times 10^{-4}) = 509.2 < 2000$ Akım laminer

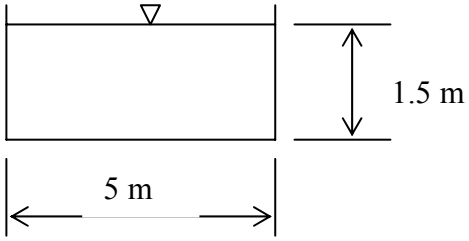
$(N_{Re})_m = \frac{V_m D_m}{\nu_m} = (5.09 \times 0.025) / (2.5 \times 10^{-4}) \cong 509.2 < 2000$ Akım laminer

$Dm = Lr. Dp = (1 / 4) x 100 = 25$ mm $= 2.5$ cm

6. Soru : Bir serbest yüzeyli akımda v_p=2 m/s'dir. Bu akımın oluştuğu kanalın 1/25 ölçekli modeli yapılacaktır.

a. Modele ait debi ve zaman ölçeklerini
b. Modeldeki basınç kuvveti ölçümünün prototipe nasıl geçileceğini belirtiniz.

Kanal enkesiti:



Serbest yüzeyli akım, Froude benzeşimi kullanılacaktır.

a) $(Fr)_m = (Fr)_p$

$$\boxed{\frac{V_r^2}{g_r L_r} = 1} \qquad g_r = 1$$

$$V_r = \sqrt{L_r} \quad \text{“ hız ölçeği “}$$

$$T_r = \sqrt{L_r} \quad \text{“ zaman ölçeği “}$$

$T_r = (1/25)^{1/2} = 1/5$

$$T_m = \frac{T_p}{5}$$

$$Q_r = \frac{L_r^3}{T_r} = \frac{L_r^3}{\sqrt{L_r}} = L_r^{5/2} = \frac{1}{3125} \quad \text{“ debi ölçeği “}$$

$$Q_m = \frac{Q_p}{3125}$$

$Q_p = V.A = 2 * 5 * 1.5 = 15\ m^3/s$

b) P : Basınç kuvveti : F
$F_r = M_r . L_r . T_r^{-2}$
$F_r = (\rho_r . L_r^3).L_r.(L_r^{1/2})^{-2} = \rho_r . L_r^3$

Model ve prototipte aynı akışkan kullanılırsa , $\rho_r = 1$
$F_r = P_r = L_r^3 = (1 / 25) = 1 / 15625$

$$F_m = \left(\frac{1}{15625}\right) F_p$$

7. **Soru** : Bir venturimetre prototipinde Q = 0.120 m^3/s , D = 0.30 m, $\nu_{su}=1.4x10^{-6}$ m^2/s, ρ_{su} = 102 $kg_f.s^2/m^4$ 'tür. Bu akımın 1/3 ölçeğinde dinamik benzeri yapılırken akışkan olarak $\nu_{hava}=15x10^{-6}$ m^2/s, ρ_{hava} = 0.13 $kg_f.s^2/m^4$ olan hava kullanılacaktır. Hız, zaman, debi basınç ölçeklerini belirleyiniz

Çözüm:

Basınçlı akım olması nedeniyle Reynolds benzeşimi kullanılacaktır.

$(N_{Re})_m = (N_{Re})_p$

$$(N_{Re})_r = \boxed{\frac{V_r L_r}{\nu_r} = 1}$$

$$V_r = \frac{\nu_r}{L_r} = \frac{\frac{\nu_m}{\nu_p}}{\frac{L_m}{L_p}} = \frac{\frac{15x10^{-6}}{1.4x10^{-6}}}{\frac{1}{3}} = 32.14$$

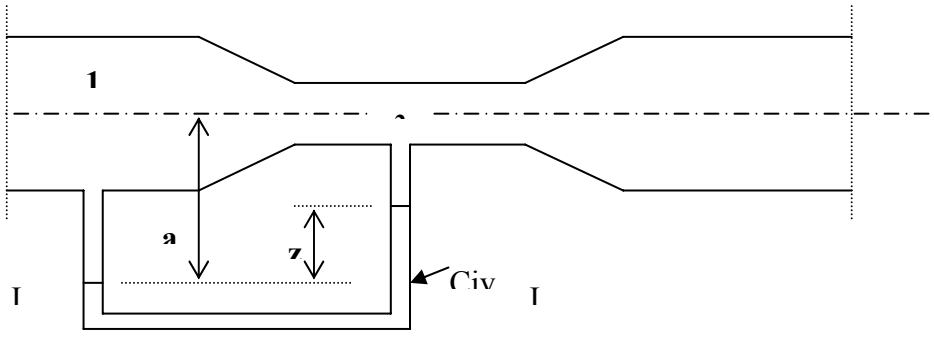
$$T_r = \frac{L_r}{V_r} = \frac{\frac{1}{3}}{32.14} = 0.0104 =$$

$$Q_r = L_r^3 \,.\, T_r^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \frac{1}{0.0104} = 3.571$$

$$P_r = M_r \,.\, L_r \,.\, T_r^{-2} = (\rho_r \,.\, L_r^3).L_r \,.\, T_r^{-2} = \frac{\rho_m}{\rho_p} L_r^4 \,.\, T_r^{-2}$$

$$P_r = \frac{0.13}{102}.(1/3)^4 .(0.0104)^{-2} = 0.145$$

8. Soru : Şekildeki venturi sayacının 1 / 3 ölçeğinde modeli yapılacaktır.
Modeldeki hız, debi ve basınç ölçeklerini belirleyiniz.
Q = 0.09 m3/s
D1 = 0.3 m
D2 = 0.2 m
z = ?



I – I nivo yüzeyi :

$p_1 + \gamma_{su}.a = z \,.\, \gamma_{civa} + (a + z)\,\gamma_{su} + p_2$
$p_1 - p_2 = z.\gamma_{civa} + a.\,\gamma_{su} - z.\,\gamma_{su} - a.\,\gamma_{su}$
$p_1 - p_2 = z\,(\gamma_{civa} - \gamma_{su})$

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\gamma_{civa} - \gamma_{su}}$$

1 – 2 noktaları arasında Enerji (Bernoulli) denklemi yazılırsa ;

$$\frac{\mathbf{V}_1^2}{2\mathbf{g}} + \frac{\mathbf{p}_1}{\gamma} + \mathbf{z}_1 = \frac{\mathbf{V}_2^2}{2\mathbf{g}} + \frac{\mathbf{p}_2}{\gamma} + \mathbf{z}_2 \qquad z_1 = z_2$$

$$V_1 = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{A}_1} = \frac{0.09}{\frac{\pi \mathbf{D}_1^2}{4}} = 1.273 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{A}_2} = \frac{0.09}{\frac{\pi \mathbf{D}_2^2}{4}} = 2.864 \text{ m/s}$$

$$p_1 - p_2 = \gamma\left(\frac{\mathbf{V}_2^2}{2\mathbf{g}} - \frac{\mathbf{V}_1^2}{2\mathbf{g}}\right) = 1.0\left(\frac{2.864^2 - 1.273^2}{2\mathbf{g}}\right) = 0.335 \text{ t/m}^2$$

$$z = \frac{0.335}{13.6 - 1.0} = 0.0266 \text{ m} = 2.66 \text{ cm}$$

Reynolds benzeşiminden ;

$$\boxed{\frac{\mathbf{V_r L_r}}{\nu_r} = 1}$$, $\nu_r = 1$ ise $V_r.L_r = 1 \rightarrow$ $\mathbf{V_r} = \frac{1}{\mathbf{L_r}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \mathbf{3}$ " Hız ölçeği "

$$\mathbf{V_r} = \frac{\mathbf{L_r}}{\mathbf{T_r}} \rightarrow \mathbf{T_r} = \frac{\mathbf{L_r}}{\mathbf{V_r}} = \frac{\mathbf{L_r}}{\frac{1}{\mathbf{L_r}}} \rightarrow$$

$T_r = L_r^2 = (1/3)^2 = 1 / 9$ " Zaman ölçeği "

$$\mathbf{Q_r} = \frac{\mathbf{L_r^3}}{\mathbf{T_r}} = \frac{\mathbf{L_r^3}}{\mathbf{L_r^2}} = \mathbf{L_r} = \frac{1}{3}$$ *" debi ölçeği "*

Basınç kuvveti ;

$P_r = M_r . L_r . T_r^{-2} = (\rho_r . L_r^3).L_r . T_r^{-2}$ ($\rho_r = 1$, aynı akışkan kullanılıyor)

$$Pr = \frac{\mathbf{L_r^4}}{\mathbf{T_r^2}} = \frac{\mathbf{L_r^4}}{\mathbf{L_r^4}} = 1$$

Basınç gerilmesi ;

$\mathbf{p_r = F_r.L_r^{-2} = (M_r . L_r . T_r^{-2}). L_r^{-2} = (\rho_r . L_r^3).L_r . T_r^{-2} L_r^{-2}}$

$$\mathbf{p_r} = \frac{\mathbf{L_r^2}}{\mathbf{T_r^2}} = \frac{\mathbf{L_r^2}}{\mathbf{L_r^4}} = \frac{1}{\mathbf{L_r^2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \mathbf{9}$$